შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

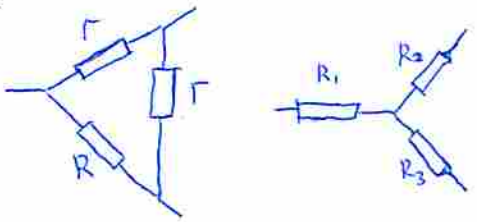
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 172

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



$$R_1+R_2=\frac{r(R+r)}{R+2r}$$

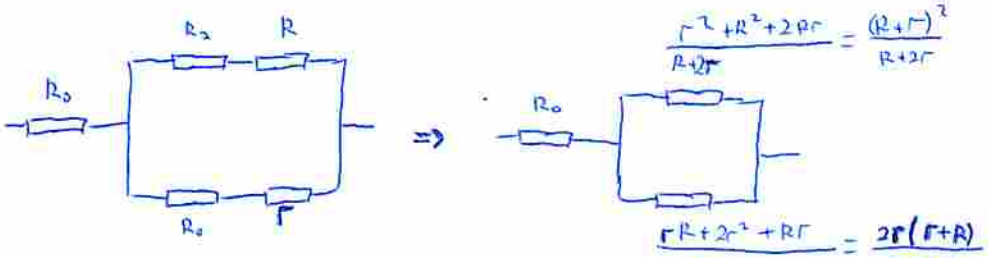
$$R_1+R_3=\frac{2rR}{2r+R}$$

$$R_2+R_3=\frac{r(R+r)}{R+2r}$$

$$\Rightarrow R_1=R_3\equiv R_0$$

$$R_0=\frac{rR}{2r+R}$$

$$R_2=\frac{r(R+r)}{R+2r}-\frac{Rr}{2r+R}=\frac{r^2}{2r+R}$$



$$\frac{r^2+R^2+2Rr}{R+2r}=\frac{(R+r)^2}{R+2r}$$

$$\frac{rR+2r^2+Rr}{2r+R}=\frac{2r(r+R)}{2r+R}$$

$$\frac{\frac{(R+r)^3\,2rR}{(R+2r)^2}}{\frac{(r+R)^2+2r(r+R)}{(R+2r)}}=\frac{2r}{(R+2r)}\cdot\frac{(R+r)^2}{R+r+2r}=\frac{(R+r)^2\cdot 2r}{(R+2r)(R+3r)}$$

$$R_x=\frac{rR}{R+2r}+\frac{2r(R+r)^2}{(R+2r)(R+3r)}=\frac{rR(R+3r)+(R^2+r^2+2Rr)2r}{(R+2r)(R+3r)}=\frac{rR^2+3r^2R+(R^2+r^2+2Rr)2r}{(R+2r)(R+3r)}=$$

$$=\frac{rR^2+3r^2R+2R^2r+2r^3+4Rr^2}{(R+2r)(R+3r)}=\frac{3R^2r+7r^2R+2r^3}{(R+2r)(R+3r)}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

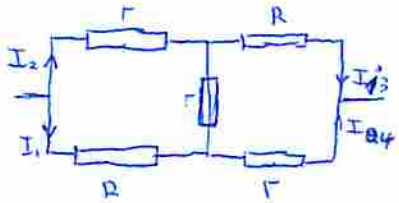
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 772

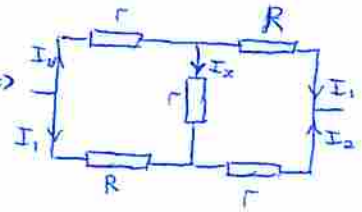
ამოცანა № 1

გვერდი № 2



$I_1 + I_2 = \frac{U}{R_x}$ (1)

$I_3 = I_1$
$I_4 = I_2$ სიმეტრიის გამო $\Rightarrow$



$I_2 = I_1 + I_x$

$\left.\begin{aligned} U &= I_1 R - I_x r + I_1 R = 2I_1 R - I_x r \\ U &= I_2 r + I_x r + I_2 r = 2I_2 r + I_x r \end{aligned}\right\} \Rightarrow$

$2I_1 R - I_x r = 2I_2 r + I_x r \Rightarrow$

$I_x r \equiv U_0 \Rightarrow$

$2U_0 = 2I_1 R - 2I_2 r \Rightarrow$

$U_0 = I_1 R - I_2 r = I_1 R - I_1 r - I_x r = I_1 R - I_1 r - U_0 \Rightarrow$

$2U_0 = I_1 (R - r) \Rightarrow$

$I_1 = \frac{2U_0}{R-r}$ (2)

$I_2 = \frac{2U_0}{R-r} + \frac{U_0}{r} = \frac{2U_0 r + U_0 R - U_0 r}{(R-r)r} = \frac{U_0 (r+R)}{r(R-r)}$ (3)

(3), (2) $\rightarrow$ (1) $\Rightarrow$ $\frac{U_0 (R+r)}{r(R-r)} + \frac{2U_0}{R-r} = \frac{U}{R_x}$

$\frac{U_0 R + U_0 r + 2U_0 r}{r(R-r)} = \frac{U}{R_x} \Rightarrow U_0 = \frac{U r (R-r)}{R_x (R+3r)}$ (4)

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 7 12

ამოცანა № 1

გვერდი № 3

(4) $\Rightarrow$ $I_x = \frac{U_0}{r} = \frac{U(R-r)}{R_x(R+3r)}$ (5)

$\mapsto$ (5) $\Rightarrow$ $I_x = \frac{U(3r-r)}{R_x(3r+3r)} = \frac{2rU}{R_x \cdot 6r} = \frac{U}{3R_x}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 7-1-2

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

[illegible] N [illegible]

$$N = \nu t = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (1)$$

$$N = \nu_1 t_1 + \nu_2 t_2 \qquad (2)$$

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g+a}{l}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g(1+\beta)}{l}} \qquad (3)$$

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g-a}{l}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g(1-\beta)}{l}} \qquad (4)$$

$$(3),(4) \to (2) \Rightarrow N = \frac{t_1}{2\pi}\sqrt{\frac{(1+\beta)g}{l}} + \frac{t_2}{2\pi}\sqrt{\frac{g(1-\beta)}{l}} \qquad (5)$$

$$(5) \to (1) \Rightarrow \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{t_1}{2\pi}\sqrt{\frac{g(1+\beta)}{l}} + \frac{t_2}{2\pi}\sqrt{\frac{g(1-\beta)}{l}}$$

$$t = t_1\sqrt{1+\beta} + t_2\sqrt{1-\beta} \qquad (6)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a}} \qquad (7)$$

$$t_1 + t_2 = t \Rightarrow t_2 = t - t_1 = t - \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (8)$$

$$(7) \to (6) \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}(1+\beta)} + t_2\sqrt{1-\beta} \qquad (9)$$

$$(8) \to (9) \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}(1+\beta)} + t\sqrt{1-\beta} - \sqrt{\frac{2h}{g}(1-\beta)} \Rightarrow$$

$$t(1-\sqrt{1-\beta}) = \sqrt{\frac{2h}{g}}\left(\sqrt{1+\beta} - \sqrt{1-\beta}\right) \Rightarrow$$

$$t = \frac{\sqrt{\frac{2h}{g}}\left(\sqrt{1+\beta} - \sqrt{1-\beta}\right)}{1-\sqrt{1-\beta}}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

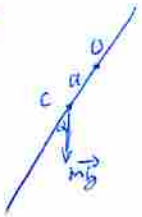
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 772

ამოცანა № 3

გვერდი № 1



$$I_c = \frac{mL^2}{12}$$

$$I = ma^2 + I_c = ma^2 + \frac{mL^2}{12} \qquad (1)$$

$$mga\sin\alpha = -I\varepsilon \Rightarrow$$

$$\varepsilon = -\frac{mga}{I}\cdot\sin\alpha$$

$$\alpha \to 0 \Rightarrow \sin\alpha = \alpha \Rightarrow$$

$$\varepsilon = -\frac{mga}{I}\alpha \qquad (2)$$

$$(1)\to(2) \Rightarrow \varepsilon = -\frac{mga}{ma^2+\frac{mL^2}{12}}\alpha = -\frac{ga}{a^2+\frac{L^2}{12}}\alpha \qquad (3)$$

$$(3) \Rightarrow \omega^2 = \frac{ga}{a^2+\frac{L^2}{12}} \qquad (4)$$

$$(3) \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+\frac{L^2}{12}}{ga}} \qquad (4)$$

$$\left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right)' = \frac{ga}{12}\left(\frac{a^2+\frac{L^2}{12}}{ga}\right)' = \frac{1}{g}\left(a+\frac{L^2}{12a}\right)' = \frac{1}{g}\cdot\frac{L^2}{g\cdot 12}\cdot\frac{1}{a^2} = 0 \Rightarrow$$

$$1 - \frac{L^2}{12a^2g} = 0$$

$$a = \frac{L}{2\sqrt{3}} \qquad (5)$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{L^2}{83}}{g\cdot\frac{L}{2\sqrt{3}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g\cdot 3\sqrt{3}}}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

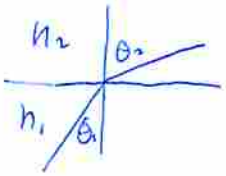
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 44-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

28.04.2013/ ფიზ/ IV/ 772

ამოცანა № 4

გვერდი № 1



$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1}{c_1+dc} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = 1 + \frac{dc}{c_1}$$

$$\frac{\sin(\theta_2+d\theta)}{\sin\theta_2} = 1 + \frac{dc}{c_1}$$

$$\frac{\sin\theta_2\cos d\theta + \cos\theta_2 \sin d\theta}{\sin\theta_2} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_2}\cos d\theta + \cos d\theta$$

$$\frac{\sin\theta_2 + d\sin\theta}{\sin\theta_2} = 1 + \frac{dc}{c_1} \Rightarrow$$

$$\frac{d\sin\theta}{\sin\theta} = \frac{dc}{c_1}$$

$$d\theta = \arccos\left(1+\frac{dc}{c_1}\right) = \arccos\left(1+\frac{dc}{c_0+bz}\right) =$$

$$\frac{d\sin\theta}{\sin\theta} = \frac{b\,dz}{c_0+bz}$$

$$= \arccos\left(1+\frac{b\,dz}{c_0+bz}\right)$$

$$\frac{1}{\sin^2\theta} = b\int\frac{dz}{c_0+bz} = b\int\frac{dz}{c_0+bz} = b\int\frac{d\,bz}{c_0+bz} = b\ln(c_0+bz)$$

$$\frac{1}{\sin^2\theta} = 1+\operatorname{ctg}^2\theta$$

$$\operatorname{ctg}^2\theta = \frac{dz}{dx}$$

$$1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = \ln(c_0+bz)$$

$$1+\frac{2z\,dz}{2x\,dx} = 1+\frac{z\,dz}{x\,dx} = \ln(c_0+bz)$$

$$dz = d\sqrt{-x^2+R^2} = -\frac{1}{\sqrt{R^2-x^2}}\,dx$$